ATAL BIHARI UNIVERSITY BILASPUR, CHHATISGARH

INSTUTE OF ADVANCEED STYDY IN EDUCATION BILASPUR

TWO YEAR

BACHER OF EDUCATION (B.ED-PART -II)

SECOND YEAR

SUBJECT

PAPER -5 CODE 014.4 -U-3

CONTENT OF PEDAGOGY OF MATHEMATICS

UNIT-III

BY

D.K. JAIN

HEAD OF MATHEMATICS DEPARTMENT

B.ED. SECOND YEAR -PAPER -5 CODE 014.4 -

B.Ed.-II -PEDAGOGY OF MATHEMATICS-II

UNIT-3: Leaning and Teaching of Mathematics - Algebra

Algebra is formally introduced in middle primary school. This unit would begin by helping the- teacher understand what algebra is and the essential building blocks that are needed to learn it. The meaning of algebraic thinking and the way to encourage it in children would be discussed. The unit will also explore ways to form generalizations form a variety of patterns To lay a foundation for algebra the difficulties faced by children while doing algebra would be discussed way to help children engage with abstractions and generalization would be discussed.

बीजगणित को औपचारिक रूप से मध्य प्राथमिक या पूर्व माध्यमिक विद्यालय में पेश किया जाता है। यह इकाई विद्यार्थियों और शिक्षको को शुरू करने में इस बात के लिये मदद करेगी– जब शिक्षक यह समझेगा कि बीजगणित क्या है और इसे सीखने के लिए आवश्यक बिल्डिंग ब्लॉक्स क्या हैं? बीजीय सोच का अर्थ और बच्चों में इसे प्रोत्साहित करने के तरीके पर चर्चा की जाएगी। यह यूनिट सामान्यीकरण करने के तरीकों का भी पता लगाएगी विभिन्न प्रकार के पैटर्न बनाते हैं कि बीजगणित के लिए एक नींव रखने के लिए बच्चों को बीजगणित करते समय आने वाली सभी कठिनाइयों पर चर्चा की जाएगी ताकि बच्चों को अमूर्तता से जुड़ने में मदद मिलेगी और सामान्यीकरण पर चर्चा की जाएगी।

आईए अब हम इस पर चर्चा करतें हैं –:

हमारी संस्कृतियों में बीजगणित का ऐतिहासिक वृतान्त Historical account of algebra across cultures

बीजगणित (algebra) गणित के व्यापक विभागों में से एक है। ... बीजगणित चर तथा अचर राशियों के समीकरण को हल करने तथा चर राशियों के मान निकालने पर आधारित है। बीजगणित के विकास के फलस्वरूप निर्देशांक ज्यामिति व कैलकुलस का विकास हुआ जिससे गणित की उपयोगिता बहुत बढ़ गयी। इससे विज्ञान और तकनीकी के विकास को गति मिली।

अलजेब्रा या बीज गणित का अविष्कार किसने किया और इसका इतिहास क्या है? यह जानने के लिये हम भारतीय इतिहास का अध्ययन करते हैं तो पातें है कि बीजगणित के जिस प्रकरण में अनिर्णीत समीकरणों का अध्ययन किया जाता है, उसका पुराना नाम कुट्टक संहिता है। हिंदू गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त ने उक्त प्रकरण के नाम पर ही इस विज्ञान का नाम सन् 628 ई. में 'कुट्टक गणित' रखा। भारत में बीजगणित का सबसे प्राचीन नाम यही है। पहली बार अर्थात भारतीय इतिहास में सन् 860 ई. में जैन सन्त पृथूदक स्वामी ने सबसे पहल इसका नाम 'बीजगणित' रखा। 'बीज' का अर्थ है 'तत्त्व'। अतः 'बीजगणित' के नाम से तात्पर्य है 'वह विज्ञान, जिसमें तत्त्वों द्वारा परिगणन किया जाता है'।

अंकगणित में समस्त संकेतों का मान संख्याओं के रूप में विदित रहता है। बीजगणित में व्यापक संकेतों से काम लिया जाता ह, जिसका मान आरंभ में अज्ञात रहता है। इसलिए इन दोनों विज्ञानों के अन्य प्राचीन नाम व्यक्त गणित और अव्यक्त गणित भी हैं। अंग्रेजी में बीजगणित को 'अलजब्रा' (Algebra) कहते हैं। यह नाम अरब देश से आया है। सन् 825 ई. में अरब के गणितज्ञ 'अल् ख्वारिज्मी' ने एक गणित की पुस्तक की रचना की, जिसका नाम था 'अल–जब्र–वल–मुकाबला'। अरबी में 'अल–जब्र' और फारसी में 'मुकाबला' समीकरण को ही कहते हैं। अतः संभवतः लेखक ने अरबी तथा फारसी भाषाओं के 'समीकरण' के पर्यावाची नामों को लेकर पुस्तक का नाम 'अल–जब्र–वल–मुकाबला' रखा।

यूनानीगणित के स्वर्णिम युग में अलजब्रा का आधुनिक अर्थ में नामोनिशान तक नहीं था।

यूनानी लोग बीजगणित के अनेक कठिन प्रश्नों को हल करने की योग्यता तो रखते थे, परंतु उनके सभी हल ज्यामितीय होते थे। वहाँ बीजगणित हल सर्वप्रथम डायफ्रैंटस (लगभग 275 ई.) के ग्रंथों में देखने को मिलते हैंय जबकि इस काल में भारतीय लोग बीजगणित के क्षेत्र में अन्य राष्ट्रों से बहुत आगे थे। ईसा से 500 वर्ष पूर्व गणित के विकास में जैनाचार्यों का श्लाघनीय योगदान रहा है। इस काल की प्रमुख कृतियाँ 'सूर्य प्रज्ञप्ति' तथा 'चंद्र प्रज्ञप्ति' जैन धर्म के प्रसिद्ध धर्मग्रंथ हैं। इन ग्रंथों की संख्या–लेखक–पद्धति, भिन्नराशिक व्यवहार तथा मिश्रानुपात, बीजगणित समीकरण एवं इनके अनुप्रयोग, विविध श्रेणियाँ, क्रमचय–संचय, घातांक, लघुगणक के नियम,समुच्चय सिद्धांत आदि अनेक विषयों पर विशद् प्रकाश डाला गया है। जॉन नेपियर (1550–1617 ई.) के बहुत पहले लघुगणक का आविष्कार एवं विस्तृत अनुप्रयोग भारत में हो चुका था, जो सार्वभौम सत्य है।

पूर्व–मध्यकाल (500 ई. पू. से 400 ई. तक) में भक्षाली गणित, हिंदू गणित की एकमात्र लिखित पुस्तक है, जिसका काल ईसा की प्रारंभिक शताब्दी माना गया है। इस पुस्तक मेंइष्टकर्म में अव्यक्त राशि कल्पित की गई है। गणितज्ञों की मान्यता है कि इष्टकर्म ही बीजगणित के विस्तार का आदि–स्रोत है। 628 ई. काल में ब्रह्मगुप्त ने ब्रह्मस्फुट सिद्धांत के 25 अध्यायों में से 2 अध्यायों में गणितीय सिद्धांतों एवं विधियों का विस्तृत वर्णन किया है। उन्होंने गणित की 20 क्रियाओं तथा 8 व्यवहारों पर प्रकाश डाला है। बीजगणित में समीकरण साधनों के नियमों का उल्लेख किया तथाअनिर्धार्य द्विघात समीकरण (Indeterminate quadratic equations) का समाधान भी बताया, जिसे आयलर (Euler) ने 1764 ई. में और

लांग्रेज ने 1768 ई. में प्रतिपादित किया। मध्ययुग के अद्वितीय गणितज्ञ भास्कराचार्य द्वितीय ने अपनी प्रसिद्ध पुस्तक सिद्धान्तशिरोमणि (लीलावती, बीजगणित, गोलाध्याय,ग्रहगणितम) एवं करण कुतूहल में गणित की विभिन्न शाखाओं तथा अंकगणित, बीजगणित, त्रिकोणमिति आदि को एक प्रकार से अंतिम रूप दिया है।

वेदों में जो सिद्धांत सूत्र रूप में थे, उनकी पूर्ण अभिव्यक्ति भास्कराचार्य की रचना में हुई है। इनमें ब्रह्मगुप्त द्वारा बताई गई 20 प्रक्रियाओं और 8 व्यवहारों का अलग–अलग विवरण और उनमें प्रयोग में लाई जानेवाली विधियों का प्रतिपादन सुव्यवस्थित और सुसाध्य रूप से किया गया है। लीलावती मेंसंख्या पद्धति का जो आधारभूत एवं सृजनात्मक प्रतिपादन किया गया है, वह आधुनिक अंकगणित तथा बीजगणित की रीढ़ है।

आर्यभट के अनुसार बीजगणित (algebra) गणित की वह शाखा जिसमें संख्याओं के स्थान पर चिन्हों का प्रयोग किया जाता है। बीजगणित चर तथा अचर राशियों के समीकरण को हल करने तथा चर राशियों के मान निकालने पर आधारित है। बीजगणित के विकास के फलस्वरूप निर्देशांक ज्यामिति व कैलकुलस का विकास हुआ जिससे गणित की उपयोगिता बहुत बढ़ गयी। इससे विज्ञान और तकनीकी के विकास को गति मिली। महान गणितज्ञ भास्कराचार्य द्वितीय ने कहा है – अर्थात् मंदबुद्धि के लोग व्यक्ति गणित (अंकगणित) की सहायता से जो प्रश्न हल नहीं कर पाते हैं, वे प्रश्न अव्यक्त गणित (बीजगणित) की सहायता से हल कर सकते हैं। दूसरे शब्दों में, बीजगणित से अंकगणित की कठिन समस्याओं का हल सरल हो जाता है। बीजगणित से साधारणतः तात्पर्य उस विज्ञान से होता है, जिसमें संख्याओं को अक्षरों द्वारा निरूपित किया जाता है। परंतु संक्रिया चिह्न वही रहते हैं, जिनका प्रयोग अंकगणित में होता है। मान लें कि हमें लिखना है कि किसी आयत का

क्षेत्रफल उसकी लंबाई तथा चौड़ाई के गुणनफल के समान होता है तो हम इस तथ्य को निमन प्रकार निरूपित करेंगेकृ बीजगणिति के आधुनिक संकेतवाद का विकास कुछ शताब्दी पूर्व ही प्रारंभ हुआ हैय परंतु समीकरणों के साधन की समस्या बहुत पुरानी है। ईसा से 2000 वर्ष पूर्व लोग अटकल लगाकर समीकरणों को हल करते थे। ईसा से 300 वर्ष पूर्व तक हमारे पूर्वज समीकरणों को शब्दों में लिखने लगे थे और ज्यामिति विधि द्वारा उनके हल ज्ञात कर लेते थे। .

इस विषय में अधिक जानकारी के लिए निम्नलिखित लिंक का प्रयोग करें–

https://hi.unionpedia.org/i/%E0%A4%AC%E0%A5%80%E0%A4%9C%E0%A4%97%E0%A4%A3%E0%A4%BF%E0%A4%A4

https://www.philoid.com/epub/ncert/6/46/fhmh111
https://www.youtube.com/watch?v=9_PbWFpvkDc

What is Algebra and its building blocks. Algebra in our life and its usefulness in introducing it **बीज गणित क्या है ?**

अध्यापक को यह बात स्पष्ट रूप से समझ लेना चाहिए कि जो विद्यार्थी बीजगणित में कमजोर होते हैं वे वस्तुतः अंकगणित में भी कमजोर पाये जाते हैं। जब तक अंकगणित के प्रत्ययों, संकल्पनाओं, प्रक्रियाओं तथा शब्दावली का स्पष्ट ज्ञान नहीं होता तब तक अंकगणित के प्रत्ययों, संकल्पनाओं, प्रक्रियाओं तथा शब्दावली का स्पष्ट ज्ञान नहीं होता तब तक बीजगणित की संकल्पनाओं आदि को समझने में कठिनाई पैदा होती है। अंकगणित ही बीजगणित शिक्षण का आधार है। जिन विद्यार्थियों को संख्याओं की विशेषताओं तथा गुणों का ज्ञान नहीं होता वे उन संख्याओं को बीजगणितीय भाषा में प्रकट नहीं कर सकते हैं।
बीजगणित वस्तुतः अंकगणित का प्रसार है। अंकगणित में प्रकट विचारों को बीजगणित की भाषा में लिखी संख्या को समझ भी नहीं सकते हैं।

बीजगणित वस्तुतः अंकगणित में प्रकट विचारों को बीजगणित की भाषा सूत्रों द्वारा संक्षिप्त में लिखा जाता है। बीजगणित गणित की एक संक्षिप्त भाषा है जिसका विकास अंकगणित के साथ सम्भव हो सका है। बीजगणित की भाषा, संकेतों, अक्षरों, संक्रियाओं आदि को समझने के लिए मस्तिष्क का परिपक्व होना आवश्यक है। बीजगणित एक सामान्यीकृत भाषा है जिसके द्वारा गूढ़ विचारों को संक्षिप्त भाषा के द्वारा प्रकट करते हैं। अंकगणितीय प्रत्ययों को बीजगणित की भाषा में सूत्रों द्वारा लिखा जाता है। बीजगणित के सूत्रों को समझने के लिए अंकगणित के गूढ़ विचारों के बारे में स्पष्टता अनिवार्य है। समुच्चय भाषा बीजगणित भाषा है।

बीज गणित शिक्षण के उद्देश्य

(1.)अंकगणित के सिद्धान्तों, प्रत्ययों, प्रक्रियाओं आदि की पुष्टि एवं प्रसार करना।

(2.)अंकगणित तथा गणित की अन्य शाखाओं के सिद्धान्तों, संकल्पनाओं आदि का समुच्चय भाषा में सूत्रों या संकेतों द्वारा व्यक्त करने की क्षमता का विकास करना।

(3.)गणितीय विचारों का सामान्यीकरण (Generalisation) करने की योग्यता का विकास करना।

(4.)सूत्रों, समीकरणों एवं लेखाचित्रों, समुच्चयों द्वारा समस्याओं को हल करने की क्षमता पैदा करना तथा समुच्चय भाषा में उन्हें व्यक्त करने की योग्यता का विकास करना।

(5.)गणितीय भाषा में व्यक्त वाक्यों, सूत्रों, समीकरणों, सम्बन्धों, फलनों आदि की शब्दों में विवेचना करने की दक्षता पैदा करना।

गणितीय सम्बन्धों को सांकेतिक भाषा में लिखना एवं पढ़ना तथा संख्यात्मक सम्बन्धों को सूत्रों एवं समीकरणों में व्यक्त करना।

(7.)गणित के सिद्धान्तों, प्रत्ययों, प्रक्रियाओं आदि के बारे में गूढ़ चिन्तन (Abstract Thinking) करने की क्षमता पैदा करना।

(8.)गणित तथा विज्ञान की अनेक समस्याओं को बीजगणित द्वारा समझना एवं उनमें दिए हुए सम्बन्धों को व्यक्त करना।

(9.)गणना सम्बन्धी योग्यता का विकास कर बालकों को गणित के उच्च अध्ययन के योग्य बनाना।

(10.)गूढ़ चिन्तन द्वारा सूक्ष्म चिन्तन करने की प्रवृत्ति का विकास करना।

(11.)ऐसी समस्याओं के हल ज्ञात करना जिन्हें अंकगणित की सहायता से हल नहीं किया जा सकता।
(12.)तथ्यों एवं स्थितियों में शीघ्रता से सम्बन्धों को समझना तथा उनके गणितीय पक्ष को सम्पूर्ण स्थिति के सन्दर्भ में समझना।
(13.)समुच्चय भाषा, रेखिक प्रोग्रामन, बहुपदों, संख्या प्रणाली, असमिकाओं, ग्राफ, सम्मिश्र संख्याओं का अध्ययन करना।
(14.)मानसिक शक्ति का विकास करना।

बीज गणित शिक्षण के लाभ

(1.)विद्यार्थियों में अंकगणित तथा ज्यामिति के सिद्धान्तों एवं प्रत्ययों के बारे में अधिक स्पष्टता आती है।
(2.)बीजगणित का अध्ययन गणित की अन्य शाखाओं को सीखने के लिए आवश्यक है।
(3.)समीकरण, असमीकरण और लेखाचित्रों, रेखिक प्रोग्रामन, समुच्चय का अध्ययन समस्याओं को हल करने में सहायक होता है।
(4.)विद्यार्थियों में सामान्यीकरण एवं सूत्रीकरण की प्रवृत्ति उन्हें गूढ़ चिन्तन करने में सहायक होती है।
(5.)बीजगणित प्रक्रियाओं क प्रयोग से गणना करने में समय की बचत होती है। बीजगणितीय भाषा संक्षिप्त होती है।
(6.)विज्ञान के अध्ययन के लिए बीजगणित उपयोगी है।
(7.)समुच्चय सिद्धान्त का अध्ययन बीजगणित द्वारा ही सम्भव है।
(8.)संख्या प्रणाली के गुण एवं धर्म बीजगणित द्वारा ही भलीभांति समझे जा सकते हैं।

बीजगणित अंकगणित का सामान्यीकृत रूप कैसे?

अंकगणित ही बीजगणित का आधार है। बीजगणित को अंकगणित का प्रसार कहा जा सकता है। अंकगणित की विषय–सामग्री ही बीजगणित की विषय–सामग्री है और बीजगणित में उस सामग्री के विवेचन तथा अध्ययन का स्तर गूढ़ हो जाता है। दोनों में चिंतन

की विषय—सामग्री लगभग समान है किन्तु बीजगणित में अधिक मानसिक चिंतन और सूक्ष्म तर्क की आवश्यकता होती है। अंकगणित में हम संख्याओं का प्रयोग करते हैं तथा बीजगणित में संख्याओं के स्थान पर अक्षरों, संकेतनों या प्रतीकों का प्रयोग करते हं।
अंकगणित की प्रक्रियायें ही बीजगणित की प्रक्रियाएं हैं। जिस प्रकार अंकगणित में हम संख्याओं पर चारों संक्रियाओं अर्थात् जोड़, बाकी, गुणा और भाग करते हैं, उसी प्रकार बीजगणित में बीजीय पदों या प्रतीकों पर भी इन्हीं चारों संक्रियाओं को करते हैं। अंकगणित मं हम राशियों को धनात्मक मानते हैं परन्तु बीजगणित में बीजीय राशियों को धनात्मक एवं ऋणात्मक दोनों मानते हैं। अंकगणित के सिद्धांत एवं प्रत्यय ही बीजगणित की सामग्री के लिए स्वीकृत हैं। दोनों के लिए समान चिंतन एवं कार्य—विधि का प्रयोग होता है। अंकगणित की विषय—सामग्री का विस्तार बीजगणित में किया जाता है। संख्या—प्रणाली का विस्तार तथा चिन्हित संख्याओं के प्रयोग से बीजगणित की विषय—सामग्री अनेक प्रकार से विकसित हो सकी है। बीजगणित में सूत्रीकरण और सामान्यीकरण का आधार अंकगणित की विषय—सामग्री है। सूत्रों के द्वारा अंकगणित के सिद्धान्तों, प्रक्रियाओं तथा संख्यात्मक सम्बन्धों का आशुलिपीय कथन हुआ है। बीजगणित के सभी सूत्रों का अंकगणितीय सम्बन्धों के अध्ययन के पश्चात् ही निर्माण किया गया है। सबसे पहले संख्यात्मक सम्बन्धों का अनेक उदाहरणों द्वारा अध्ययन किया जाता है तथा इसके पश्चात् सामान्यीकरण कर सूत्रों का निर्माण करते हैं तथा सूत्रों को संकेतों तथा संक्षिप्त भाषा में लिखा जाता है।बीजगणित वास्तव में एक संक्षिप्त भाषा है जिसमें सामान्यीकरण द्वारा सिद्धान्तों को सूत्रों के रूप में लिखा गया है। इन सूत्रों का प्रयोग उच्च गणित में व्यापक स्तर पर होता है।
अंकगणित की संख्या बीजगणित का अक्षर नहीं है किन्तु बीजगणित का अक्षर अंकगणित की संख्या का एक प्रकार से प्रतिनिधित्व करता है। गणित के अध्यापक को चाहिए कि प्रारम्भ में संख्याओं के उदाहरणों को लेकर उनकी विशेषताओं का कक्षा में स्पष्ट विवेचन

करे तथा बाद में संख्याओं के स्थान पर अक्षरों को आधार बनाकर सामान्यीकरण करवाए। अंकगणित की संख्याओं का शनैः शनैः प्रतिस्थापन अक्षरों द्वारा किया जाना चाहिए। सूत्र एक प्रकार से 'बीजगणितीय वाक्य कहा जा सकता है जिसमें अंकगणित के सिद्धान्त आदि संक्षिप्त रूप में व्यक्त किए जाते हैं तथा अक्षरों और प्रतीकों की भाषा को जल्दी समझा जा सकता है।

बीजगणित के अध्यापन के समय बालकों को यह बता देना चाहिए कि वास्तव में अंकगणित तथा बीजगणित समान विषय हैं किन्तु बीजगणित की समुच्चय भाषा अधिक संक्षिप्त है तथा इसमें संकेतों और अक्षरों का प्रयोग किया जाता है।

बीजगणित के सूत्रों में यदि संख्याओं का प्रतिस्थापन कराया जाय तो उनमें निहित अंकगणितीय सम्बन्ध स्पष्ट हो जायेंगे। प्रतिस्थापन द्वारा विद्यार्थी अंकगणित और बीजगणित के समान आधारों को समझ सकेंगे तथा बीजीय भाषा की उपयोगिता उन्हें स्पष्ट हो जायेगी। समीकरण बीजगणित की विषय–सामग्री का एक महत्त्वपूर्ण भाग है तथा समीकरण के आधारभूत सिद्धान्तों का निर्धारण अंकगणित के क्षेत्र से ही है। बीजीय पद एवं राशियां अंकगणित राशियों का प्रतिनिधित्व करते हैं। बीजीय पदों पर की गई क्रियाएं अंकगणित में जानेवाली क्रियाओं की नकल मात्र हैं। अतः बीजगणित को अंकगणित का प्रसार माना जा सकता है।

यदि हम विद्यार्थियों को अंकगणित और बीजगणित की प्रक्रियाएं साथ–साथ कराएं तो वे समझ जाएंगे कि बीजगणित, अंकगणित का सामान्यीकृत रूप है।

इसकी संगरचना हमारे जीवन में किस प्रकार उपयोगी इसका एक परिचयात्मक स्वरूप –:

बीचगणित गणित की वह शाखा है, जहाॅ अंकों के स्थान पर अक्षरों का प्रयोग उन्हीं संदर्भो में होता है जैसे कि उनका उपयोग अंकगणित में होता है, इसे महान गणितज्ञ आर्यभट्ट ने कुछ इस तरहा से समझाया है–

बीजगणित (algebra) गणित के व्यापक विभागों में से एक है। संख्या सिद्धांत, ज्यामिति और विश्लेषण आदि गणित के अन्य बड़े विभाग हैं। अपने सबसे सामान्य रूप में, बीजगणित गणितीय प्रतीकों और इन प्रतीकों में हेरफेर करने के नियमों का अध्ययन है।

[1] बीजगणित लगभग सम्पूर्ण गणित को एक सूत्र में पिरोने वाला विषय है। आरम्भिक समीकरण हल करने से लेकर समूह (ग्रुप्स), रिंग और फिल्ड का अध्ययन जैसे अमूर्त संकल्पनाओं का अध्ययन आदि अनेकानेक चीजें बीजगणित के अन्तर्गत आ जातीं हैं। बीजगणित के प्रगत अमूर्त भाग को अमूर्त बीजगणित कहते हैं।

गणित, विज्ञान, इंजीनियरी ही नहीं चिकित्साशास्त्र और अर्थशास्त्र के लिए भी आरम्भिक बीजगणित अपरिहार्य माना जात है। आरम्भिक बीजगणित, अंकगणित से इस मामले में अलग है कि यह सीधे संख्याओं का प्रयोग करने के बजाय उनके स्थान पर अक्षरों का प्रयोग करता है जो या तो अज्ञात होतीं हैं या जो अनेक मान धारण कर सकतीं हैं।

[2] बीजगणित चर तथा अचर राशियों के समीकरण को हल करने तथा चर राशियों के मान निकालने पर आधारित है। बीजगणित के विकास के फलस्वरूप निर्देशांक ज्यामिति व कैलकुलस का विकास हुआ जिससे गणित की उपयोगिता बहुत बढ़ गयी। इससे विज्ञान और तकनीकी के विकास को गति मिली। इस प्रकार बीजगणित से साधारणत: तात्पर्य उस विज्ञान से होता है, जिसमें संख्याओं को अक्षरों द्वारा निरूपित किया जाता है। परन्तु संक्रिया चिह्न वही रहते हैं, जिनका प्रयोग अंकगणित में होता है। मान लें कि हमें लिखना है कि किसी आयत का क्षेत्रफल उसकी लंबाई तथा चौड़ाई के गुणनफल के समान होता है तो हम इस तथ्य को निम्न प्रकार से निरूपित सकतें हैं –: क्षे = ल X चौ यहॉ संक्षिप्त में अक्षर आयें हैं इग्नू की अध्ययन सामाग्रियों का प्रयोग भी किया जा सकता है जिसमें मुख्या रूप से उपयोगी है

AMT-01 BLOCK 3 UNIT-10 Generalizing Arthmetic to Aigebra

बीज गणित का दैनिक जीवन से संबंध –:

बीजगणित अच्छी तरह से समझने के लायक एक महत्वपूर्ण जीवन कौशल है। यह हमें मूल गणित से परे ले जाता है और हमें सांख्यिकी और उसके उपयोग के लिए तैयार करता है। यह कई प्रकार के कामों के लिए उपयोगी है जिनमें से एक छात्र से लेकर आम आदमी तक अपने कैरियर के रूप में इसका प्रयोग कर सकता है। बीजगणित घर के आसपास और उससे हटकर भी जानकारी का विश्लेषण करने में उपयोगी है। यह तार्किक सोच को भी मजबूत करता है और सुंदर विश्लेषण प्रस्तुत करता है।

इसलिए, हम यदि इस बारे में खुला दिमाग रखें कि हम बीजगणित क्यों सीखते हैं और अपने छात्रों के साथ इसके अनुप्रयोगों को साझा करने के तरीकों की तलाश करते हैं। इस कलंक को दूर करें कि यह याद रखने के लिए नियमों और प्रक्रियाओं की एक उबाऊ सूची है। इसके बजाय, बीजगणित को हमारे चारों ओर की दुनिया की खोज के लिए एक प्रवेश द्वार के रूप में मानें तो यह सब कठिनाई हमको महसूस ही नही होगी और हम यह पायेगें कि यह तो बहुत ही सरल तरीके से हमारी हर समस्याओं का हल प्रदान करती है वे हमारे शीर्ष कारण हैं कि हम बीजगणित क्यों सीखते हैं, और उसका हमारे जीवन में आगे क्या उपयोग होगा, इससे ज्यादा महत्वपूर्ण है कि इसकी जरूरत हमें अय गणित में अभी नही तो आगे चलकर बहुत अधिक होगी। यह केवल वित्तीय निर्णय लेने में भर में ही सहायक है, ऐसा नही है बल्कि यह उससे ज्यादा जानकारी हमें देता है, उदाहरण के लिए, मैं प्रत्येक विकल्प को जानने के लिए अज्ञात बिंदु को खोजने के लिए दो–चर समीकरणों का उपयोग करके अपने परिवार के लिए एक स्वास्थ्य देखभाल योजना चुनने के लिए हर साल बीजगणित का उपयोग करता हूं। मैंने इसका इस्तेमाल सेल फोन प्लान चुनने में भी किया है। मैंने इसका इस्तेमाल तब भी किया जब हमारे घर के लिए कस्टम–ऑर्डर किसी मनोरंजक पहेली के रूप में कोई प्रश्न मेरे

दोस्त ने मेरे लिए चुनौती स्वरूप प्रस्तुत किया चाहे वह पिता–पुत्र की उम्र का सवाल रहा हो या दिन मजदुरी या संम्पत्ती संबधी कठिन सवाल रहा हो ।
बीजगणित का मैंने ऐसे समय अंकगणित या दूसरे अन्य गणित से बेहत्तर पाया है। यदि हम कुछ उदाहरण से समझ सकते हैं–:

- हमारी नींद कितनी हुई और कितना बाकी है या बचीं है?
- फोन में कितना बैलेंस बचा है?
- विभिन्न में से सबसे अच्छा प्रस्ताव क्या उपलब्ध है?
- समय से कार्यालय/कॉलेज/स्कूल पहुंचने के लिए घर से कब शुरू करें?
- भोजन कासंतुलन बनाए रखने के लिए नाश्ते के लिए कितना खाएं?
- किसी स्थान तक पहुँचने के लिए सबसे छोटा मार्ग कौन सा है?
- मैं इसे न्यूनतम लागत के साथ कैसे पहुंचा सकता हूं?
- सिग्नल पर कब तक इंतजार करें?
- अगर मैं एक संकीर्ण रास्ते के माध्यम से चल सकता/सकती हूं या नहीं?
- किराने का सामान कितना देना है?
- कुछ समस्याओं के हल के लिए जैसे आपने एक शॉपिंग प्लाजा से 10 आइटम खरीदे, और अब आपको उन्हें घर ले जाने के लिए प्लास्टिक बैग की आवश्यकता है। यदि प्रत्येक बैग में केवल 3 आइटम हो सकते हैं, तो आपको 10 आइटम को समायोजित करने के लिए कितने प्लास्टिक बैग की आवश्यकता होगी?
- बीज गणित बालकों में तर्कशक्ति का विकास करने में भी सहायक है

- बीजगणित सही अनुपात की गणना करने के लिए उपयोगी है जो सौंदर्यशास्त्रीय रूप से मनभावन परिणाम देता है। यहॉ तक यह संगीत को सही ढ़ग से सजाने संवारने में भी उपयोग होता है संगीत की अंतर्निहित संरचनाएं मूल रूप से गणितीय ही हैं।

अधिक जानकारी के लिये इस लिंक का उपयोग करें –
https://www.satyamcoachingcentre.in/teaching-of-algebra/

http://courses.edtechleaders.org/documents/elemalgebra/rubin_diffalgebra.pdf

बीजगणित की मूलभूत अवधारणाये–:

सामान्यीकरण सिध्दांत Generalizations

बीजगणित वास्तव में एक संक्षिप्त भाषा है जिसमें सामान्यीकरण द्वारा सिद्धान्तों को सूत्रों के रूप में लिखा गया है। इन सूत्रों का प्रयोग उच्च गणित में व्यापक स्तर पर होता है। अंकगणित की संख्या बीजगणित का अक्षर नहीं है, यहॉ नियमों के आधर पर एक अनुमान तक वास्तविक रूप में पहुॅचा जाता है.जिसमें उसके सिध्दांतों का उपयोग किया जाता है।

बीजगणित एक समान्यीकृत संबंध को व्यक्त करने पर केन्द्रित रहता है, जबकि अधिकांश गणितीय उत्तर ढूँढने पर केंद्रित रहते हैं। तो पहली चीज जो समझी जानी चाहिए वो ये है कि बीजगणित अन्य गणित से अलग है।

इसे हम निम्न गतिविधियों के आधार पर बेहत्तर ढ़ग से समझ सकत हैं।

गतिविधि 1 में आपके विद्यार्थियों को संख्याओं के साथ खेलने के लिए और ऐसी अभिव्यक्ति बनाने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है जो उन्हें बराबर के चिह्न को 'उत्तर ढूँढें' की बजाय 'के समान है' के अर्थ में देखने के लिए प्रेरित करती है बीज गणित में बराबर का अर्थ भिन्न है।

गतिविधि 2 विद्यार्थियों की बीजगणितीय सोच को विस्तारित करना आरंभ करती है, उन्हें यह अन्वेषण करने के लिए कहती है कि कोई कथन सच है

या झूठ और यह अनुमान लगाने के लिए कहती है कि वह सदा सच है, कभी–कभी सच होता है या हमेशा गलत है।

गतिविधि 3 में है सामान्यीकरण, जिसमें विद्यार्थियों को यह विचार करने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है कि उनका अनुमान (या सिद्धान्त) सारी संख्याओं के लिए एक समान काम करता है या नहीं। इसका अर्थ यह है कि वे संख्या गुणों के बारे में बीजगणितीय रूप से सामान्यीकरण करना आरंभ करेंगे।

इस अंक में अपने विद्यार्थियों के साथ गतिविधियों के उपयोग का प्रयास करने से पहले अच्छा होगा कि आप सभी गतिविधियों को पूरी तरह या आंशिक रूप से स्वयं करके देखें। यह और भी बेहतर होगा अगर आप अपने किसी सहकर्मी के साथ मिलकर इसे करने का प्रयास करें क्योंकि स्वयं के अनुभव के आधार पर सिखाना आसान होगा। स्वयं प्रयास करने से आपको किसी सीखने वाले व्यक्ति के अनुभव का ज्ञान होगा, जो आपके शिक्षण और एक शिक्षक के रूप में आपके अनुभवों को प्रभावित करेगा।

सामान्य रूप से यह कह सकते हैं कि सामान्यीकरण का अर्थ है कि सामान्य नियम की परिकल्पना, जो सब पर लागू हो सके या व्यापक हो ।

Functions to Construct Fuctional Relationships

किसी कार्य को इस प्रकार के कार्यात्मक संबंध के रूप में जोड़ा जाता है जहॉ किसी एक वैल्यू X के लिये उसका मान दूसरे Y वैल्यू पर निर्भर करता हो, इस प्रकार के संबंध को जब हम स्थापित करते हुए कोई समीकरण निर्मित कर लेते हैं तो वह एक कार्यात्मक संबंध के रूप में स्थापित हो जाता है। दैनिक जीवन के एक घटना जिसमें किसी यात्रा के लिये लगने वाले समय के बीच संबध को लेकर कर सकते हैं। एक कार्यात्मक संबंध का वास्तविक जीवन का उदाहरण दूरी और समय के बीच का संबंध है। हम सभी जानते हैं कि दूरी तय करने में समय लगता है और जब हम कोई दूरी तय करते हैं (या अभी भी खड़े होते हैं), तो ऐसा करने में एक निश्चित समय लगता है। दूरी और समय के बीच संबंध एक

कार्यात्मक संबंध है। जैसें जैसे दूरी अधिक करेगें समय भी अधिक लगता है यह हम सभी जानते हैं।

चर और अचर Variables and Constants

एक चर वह संख्या के लिए एक प्रतीक चिन्ह है जिसे हम अभी तक नहीं जानते हैं। यह आमतौर पर X या Y जैसा अक्षर होता है। अपने आप एक संख्या को एक स्थिरांक या अचर Contant कहा जाता है। जो कि चर के साथ गुणा करने के लिए आता है अर्थात यह गुणांक एक चर को गुणा करने के लिए प्रयोग की जाने वाली संख्या है (4X का मतलब 4 गुना X है, इसलिए 4 गुणांक है) इनका प्रयोग बीजीय समीकरण में होता है ।

In **Algebra**, a **constant** is a number on its own, or sometimes a letter such as a, b or c to stand for a fixed number. Example: in "x + 5 = 9", 5 and 9 are **constants**.

In mathematics, an algebraic expression is an expression built up from integer constants, variables, and the algebraic operations. For example, $3x^2 - 2xy + c$ is an algebraic expression. Since taking the square root is the same as raising to the power, is also an algebraic expression

गणित में, एक बीजीय अभिव्यक्ति वह अभिव्यक्ति है जो पूर्णांक स्थिरांक, चर, और बीजीय संचालन से निर्मित होती है। उदाहरण के लिए, $3x^2 - 2xy + c$ एक बीजीय अभिव्यक्ति है। चूँकि वर्गमूल लेना शक्ति को बढ़ाने के समान है, एक बीजगणितीय अभिव्यक्ति भी एक प्रकार का संबंध है

अधिक जानकारी के लिए विजिट करें व निम्न लिंक का प्रयोग करें।

https://www.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-linear-equations-functions/cc-8th-function-intro/v/relations-and-functions

https://www.youtube.com/watch?v=z63TgAJrUzQ

https://www.youtube.com/watch?v=df9l7QxdX6k

Algebraic expressions and equations बीजगणितीय अभिव्यक्ति और समीकरण

बीज गणित में इन दोनों को समझना आवश्यक है

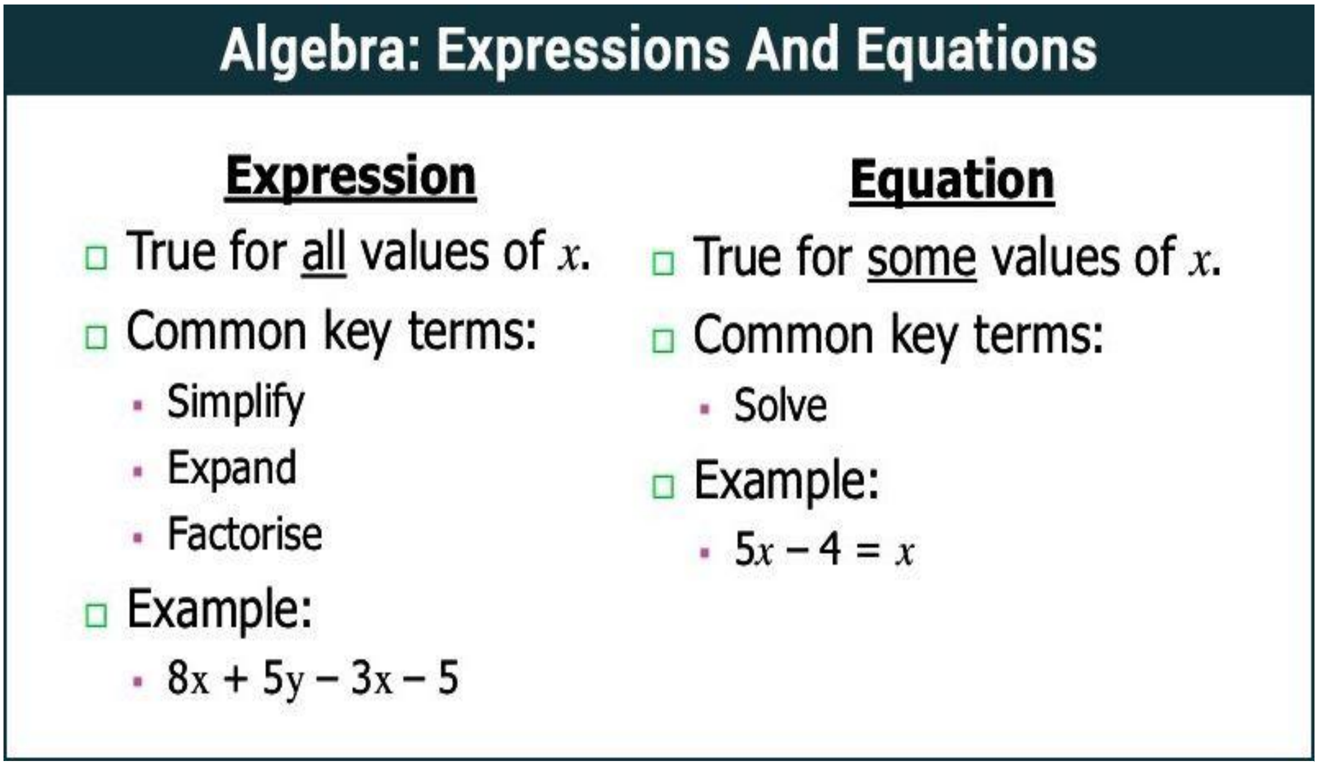
An algebraic equation contains two algebraic expressions which are separated by an equal sign (=) in between. The main purpose of solving algebraic equations is to find the unknown variable in the given expression. While solving the equation, separate the variable terms on one side and constant terms on another side.

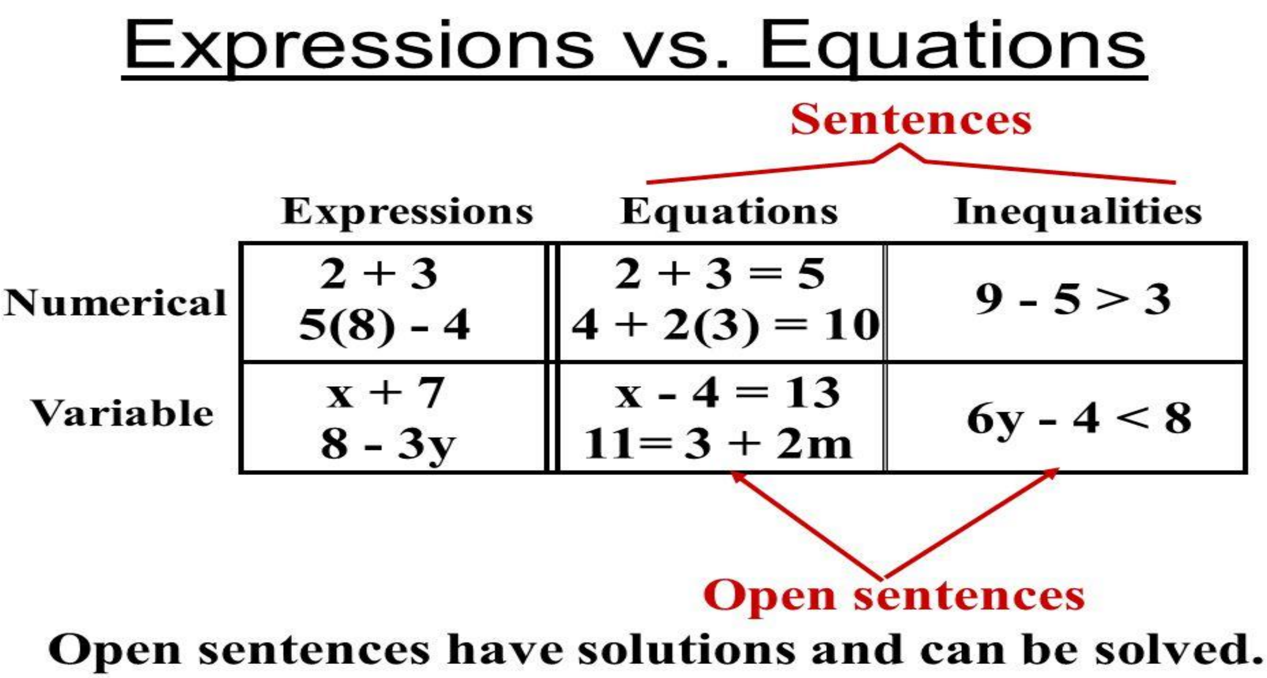
एक बीजीय समीकरण में दो बीजीय अभिव्यक्तियाँ होती हैं जो बीच में एक बराबर चिह्न (=) द्वारा अलग होती हैं। बीजीय समीकरणों को हल करने का मुख्य उद्देश्य दिए गए अभिव्यक्ति में अज्ञात चर को खोजना है। समीकरण को हल करते समय, एक तरफ चर शब्दों को अलग करें और दूसरी तरफ स्थिर शब्दों को।

एक चर के साथ गणितीय अभिव्यक्ति का एक उदाहरण $2x + 3$ है। सभी चर में एक गुणांक होना चाहिए, एक संख्या जो चर द्वारा गुणा की जाती है। $2x + 3$ की अभिव्यक्ति में, x का गुणांक संख्या 2 है, और इसका मतलब 2 गुना x प्लस 3 है।

बीजगणितीय समीकरण को एक गणितीय कथन के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसमें दो अभिव्यक्तियाँ एक दूसरे के बराबर होती हैं। सरल शब्दों में, समीकरणों का यही अर्थ है ... जैसे उपर के उदाहरण को हम समीकरण के रूप में इस प्रकार लिख सकतें हैं $2x + 3 = 11$ hear $x=4$

For example, 2(3 + 8) is a numeric expression. Algebraic expressions include at least one variable and at least one operation (addition, **subtraction**, **multiplication**, division). For example, 2(x + 8y) is an algebraic expression.





Children's understanding

Using algebra and solving problems in geometry and other areas. Solving other interesting problems based on develop a better understanding

Applying Algebra to Geometry

Objectives

o Practice applying algebra to the solution of problems in geometry

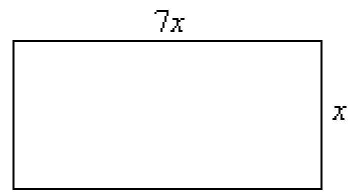
o Hone your ability to correctly assign variables and construct equations

Algebra in Geometry

Application of algebra to geometry essentially involves the use of variables, functions, and equations to represent various known or unknown aspects of, for example, geometric figures. To apply algebra in this context, you don't need any new algebra skills, but you do need to have some understanding of geometry and an ability to translate the somewhat abstract ideas of algebra to a more concrete use in geometry. Let's start with a couple of practice problems to illustrate.

ज्यामिति के लिए बीजगणित के उपयोग में अनिवार्य रूप से चर, कार्यों और समीकरणों का उपयोग शामिल है, उदाहरण के लिए, ज्यामितीय आंकड़ों के विभिन्न ज्ञात या अज्ञात पहलुओं का प्रतिनिधित्व करने के लिए। इस संदर्भ में बीजगणित को लागू करने के लिए, आपको किसी नए बीजगणित कौशल की आवश्यकता नहीं है, लेकिन आपको ज्यामिति की कुछ समझ और ज्यामिति में अधिक ठोस उपयोग के लिए बीजगणित के कुछ अमूर्त विचारों का अनुवाद करने की क्षमता की आवश्यकता है। आइए चित्रण समस्याओं के एक जोड़े के साथ शुरू करते हैं।

Practice Problem: Find the perimeter of the following figure if the rectangle has an area of 63 square units.



Solution: We know from basic geometry that the area of a rectangle is the product of the length and the width. In this case, the length is $7x$ and the width is x. The problem statement tells us that the area of the rectangle is 63 square units; we can use this fact to construct an equation in the variable x, which we can then solve for x.

$A = lw$

$63 = (7x)(x) = 7x^2$

This is a quadratic equation, and we have learned numerous ways of handling this type of equation. Let's use the factoring approach (other approaches are perfectly legitimate, however).

$7x^2 - 63 = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$(x - 3)(x + 3) = 0$

We can thus see that x is either +3 or −3; the negative value makes no sense in this context, however, so we reject it as a **spurious solution** (a solution that does not make any sense in the context of the problem). This leaves us with x = 3 units. Let's check to see if this value works to get the area:

$A = (7)(3)(3) = 63$

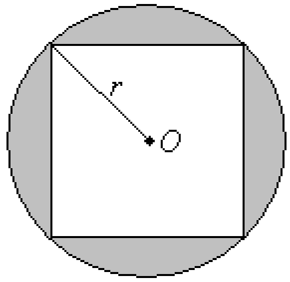
Interested in learning more? Why not take an online class in Algebra?

Now, we must find the perimeter of the rectangle, which is what the question is asking for. The perimeter is simply the sum of the lengths of the four sides of the rectangle.

$P = 2l + 2w = 2(3) + 2(3)(7) = 6 + 42 = 48$

The perimeter of the rectangle is thus 48 units. A slightly more rigorous version of this problem would ask you to find the perimeter of a rectangle with an area of 63 square units and with a length that is seven times the width. This question statement would force you to assign the variable in addition to solving the problem.

Practice Problem: Find the area of the shaded region in the figure below, where O is at the center of the circle and the inset square, and r is equal to $2\sqrt{2}$.



Solution: This problem is a bit more complicated than the previous one. We want to find the area of the shaded region; let's first figure out what we know. We know how to calculate the area of a square of side *l* and a circle of radius *r*:

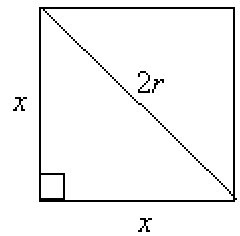
$\text{Area}_{\text{circle}} = \pi r^2$

$\text{Area}_{\text{square}} = l^2$

The area of the shaded region is simply the difference between the area of the circle and that of the square. In the figure, *r* is both the radius of the circle *and* half the diagonal of the square. Because *r* is specified, we can already calculate the area of the circle.

$\text{Area}_{\text{circle}} = \pi\left(2\sqrt{2}\right)^2 = \pi\left(\sqrt{8}\right)^2 = 8\pi$

To find the solution to the problem, we now need to find the area of the square. We can see that the diagonal of the square is equal to the diameter of the circle, which is $2r$ or $4\sqrt{2}$. We will need to use the Pythagorean theorem to find the length of the side of the square, which we will call *x*. We can use the following diagram to illustrate.



The Pythagorean theorem tells us that the sum of the squares of the two legs of a right triangle is equal to the square of the hypotenuse. In this case, the legs of the right triangle are both of length *x* and the hypotenuse has a length 2*r*. We can thus write this expression as follows:

$$x^2 + x^2 = (2r)^2$$

Let's substitute the known value of *r* and solve for *x*.

$$x^2 + x^2 = 2x^2 = \left(2 \cdot 2\sqrt{2}\right)^2$$

$$2x^2 = \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

Once again, we can reject the negative number as a spurious solution. The result is that the square has sides of length 4 units. The total area of the square is then 16 units. Let's use this to find the area of the shaded region.

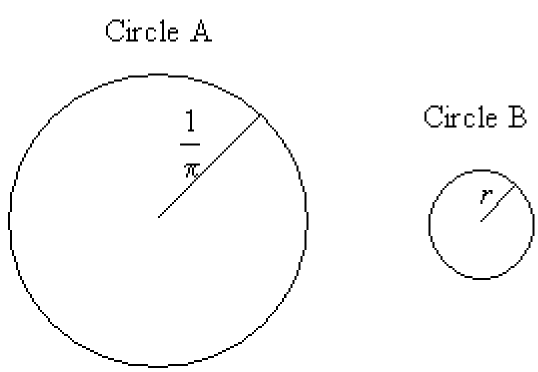
$\text{Area}_{\text{shaded}} = \text{Area}_{\text{circle}} - \text{Area}_{\text{square}} = 8\pi - 16 \approx 9.13$

The area of the shaded region is thus about 9.13 square units.

These two practice problems have shown us how algebra can be instrumental in solving a range of problems in geometry. Of course, a certain level of knowledge about the field of geometry is needed to do these problems, but the main point that you should come to realize is that algebra can indeed be useful in other fields of mathematics (and, particularly in this case, geometry). The crucial skill is the ability to appropriately assign variables or unknowns and to correctly construct equations that can be solved to find those variables or unknowns. Let's try another practice problem.

<u>Practice Problem:</u> Circle A has a circumference that is 10 times larger than circle B. If the radius of circle A is $\frac{1}{\pi}$, what is the radius of circle B?

<u>Solution:</u> Let's start by drawing a diagram so that we can keep straight the information presented in the problem. We know that circle A is larger than circle B; there is no need to try to make the drawing to scale at this point. We know the radius of circle A, but we don't know it for circle B: let's call this radius *r*.



We can now calculate the circumference of circle A and write an expression for the circumference of circle B. (Recall that the circumference of a circle is 2π times the radius.)

$C_A = 2\pi\frac{1}{\pi} = 2$

$C_B = 2\pi r$

We are told in the problem that the circumference of circle A is 10 times that of circle B. We can then write an equation that we will solve for r.

$C_A = 10C_B$

$2 = 10(2\pi r) = 20\pi r$

$r = \frac{1}{10\pi}$

Thus, the radius of circle B is one-tenth that of circle A.

There is also an example of a geometry word problem that uses similar triangles.

Geometry Word Problems Involving Perimeter

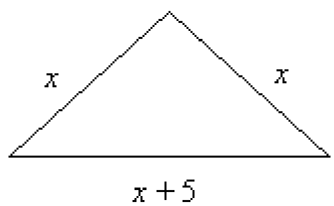
Example 1:

A triangle has a perimeter of 50. If 2 of its sides are equal and the third side is 5 more than the equal sides, what is the length of the third side?

Solution:

Step 1: Assign variables:

Let x = length of the equal side
Sketch the figure



Step 2: Write out the formula for perimeter of triangle.

P = sum of the three sides

Step 3: Plug in the values from the question and from the sketch.

$50 = x + x + x + 5$

Combine like terms
$50 = 3x + 5$

Isolate variable x
$3x = 50 – 5$
$3x = 45$
$x =15$

Be careful! The question requires the length of the third side.

The length of third side = 15 + 5 =20

Answer: The length of third side is 20

Example 2:
Writing an equation and finding the dimensions of a rectangle knowing the perimeter and some information about the about the length and width. The width of a rectangle is 3 feet less than its length. The perimeter of the rectangle is 110 feet. Find its dimensions.

Geometry Word Problems Involving Area

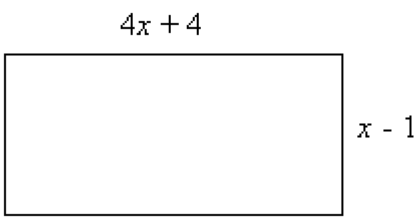
Example 1:

A rectangle is 4 times as long as it is wide. If the length is increased by 4 inches and the width is decreased by 1 inch, the area will be 60 square inches. What were the dimensions of the original rectangle?

Solution:

Step 1: Assign variables:

Let x = original width of rectangle
Sketch the figure



Step 2: Write out the formula for area of rectangle.

A = lw

Step 3: Plug in the values from the question and from the sketch.

$60 = (4x + 4)(x - 1)$

Use distributive property to remove brackets
$60 = 4x^2 - 4x + 4x - 4$

Put in Quadratic Form
$4x^2 - 4 - 60 = 0$
$4x^2 - 64 = 0$

This quadratic can be rewritten as a difference of two squares
$(2x)^2 - (8)^2 = 0$

Factorize difference of two squares
$(2x)^2 - (8)^2 = 0$
$(2x - 8)(2x + 8) = 0$

We get two values for x.

$2x - 8 = 0 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

$2x + 8 = 0 \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4$

Since x is a dimension, it would be positive. So, we take x = 4

The question requires the dimensions of the original rectangle.
The width of the original rectangle is 4.
The length is 4 times the width = 4 × 4 = 16

Answer: The dimensions of the original rectangle are 4 and 16.

Geometry Word Problems Involving Area

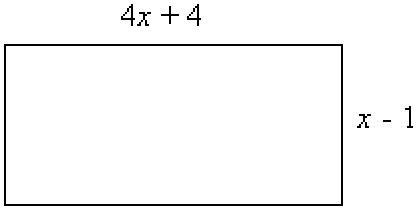
Example 1:

A rectangle is 4 times as long as it is wide. If the length is increased by 4 inches and the width is decreased by 1 inch, the area will be 60 square inches. What were the dimensions of the original rectangle?

Solution:

Step 1: Assign variables:

Let x = original width of rectangle
Sketch the figure



Step 2: Write out the formula for area of rectangle.

A = lw

Step 3: Plug in the values from the question and from the sketch.

$60 = (4x + 4)(x - 1)$

Use distributive property to remove brackets
$60 = 4x^2 - 4x + 4x - 4$

Put in Quadratic Form
$4x^2 - 4 - 60 = 0$
$4x^2 - 64 = 0$

This quadratic can be rewritten as a difference of two squares
$(2x)^2 - (8)^2 = 0$

Factorize difference of two squares
$(2x)^2 - (8)^2 = 0$
$(2x - 8)(2x + 8) = 0$

We get two values for x.
$2x - 8 = 0 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$
$2x + 8 = 0 \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4$

Since x is a dimension, it would be positive. So, we take x = 4

The question requires the dimensions of the original rectangle.
The width of the original rectangle is 4.
The length is 4 times the width = 4 × 4 = 16

Answer: The dimensions of the original rectangle are 4 and 16.

ICT Tool GeoGebra for visualise algebra concepts

जियोजेब्रा (www-geogebra-org) **शिक्षा के सभी स्तरों के लिए एक निःशुल्क डायनेमिक गणित सॉफ्टवेयर हैजो ज्यामिति, बीजगणित, स्प्रेडशीट, रेखांकन, सांख्यिकी और कलन को आसानी से उपयोग में आने वाले एक पैकेज के रूप में प्रस्तुत करता है। यह शिक्षक व विद्यार्थियों के लिए बहुत उपयोगी सॉफ्टवेयर है। जिसमें अलग–अलग कार्यो के लिए अलग–अलग सुविध युक्त टूल के साथ अधिंकाशंतः निशुल्क ही है। जियोजेब्रा से बनाए गए अंतरूक्रियात्मक**(interactive)**अधिगम**(learning),**शिक्षण और मूल्यांकन संसाधन** www-geogebra-org**पर हर किसी के द्वारा साझा और इस्तेमाल किया जा सकता है, जिसमें हमारे लिए सबसे उपयोगी जियेाजेब्रा क्लासिक है**

जियोजेब्रा दुनिया का पसंदीदा डायनेमिक गणितीय सॉफ्टवेयर है , इसे कई शैक्षिक सॉफ्टवेयर पुरस्कार भी है प्राप्त हुए हैं और यह दुनियाभर में STEM **शिक्षा तथा सीखने सिखाने के नवाचारों को प्रोत्साहित करता है।**

GeoGebra is an interactive mathematics software program for learning and teaching mathematics and science from primary school up to university level. Constructions can be made with points, vectors, segments, lines, polygons, conic sections, inequalities, implicit polynomials and functions. All of them can be changed dynamically afterwards. Elements can be entered and modified directly via mouse and touch, or through the Input Bar. GeoGebra has the ability to use variables for numbers, vectors and points, find derivatives and integrals of functions and has a full complement of commands like Root or Extremum. Teachers and students can use GeoGebra to make conjectures and to understand how to prove geometric theorems.Its main features are:

- Interactive geometry environment (2D and 3D)
- Built-in spreadsheet
- Built-in Computer algebra system (CAS)
- Built-in statistics and calculus tools
- Allows scripting
- Large number of interactive learning and teaching resources at GeoGebra Materials
  - https://www.youtube.com/watch?v=kqT4AjQZbRk
  - https://www.youtube.com/watch?v=b5lksV9yiuA

Unit 4: Learning and Teaching of Mathematics-

Data Handling and Probabilistic Reasoning:

In this unit we will discuss different ways of representing data, analysing data and interpreting data. We will try to focus on importance of the choice of data representation based on the context and the information nceded. After the representation of data we will also look at various measures of central tendency. The focus of this discussion would be to understand the various measures of central tendency and not on computing them. We will also look at the concept of probability and connections to our daily lives. History of data handling and probability Conceptual underständing of some key topies like data representation in different situations and drawing meaningful conclusions from the organised.data. Meaning and significanee of representative values of central tendency (mean, mode and median), Probability and chance.

Children's understanding (reasoning patterns and misconceptions)Solving interesting problems based on these to develop a better understanding. These would be around understanding and analysing data and drawing conclusions, understanding and finding

probability, analysing situations of probability and distributions and solving simple problems Constructing engaging class-rooms, exercises, problems, worksheets etc. for children. These could be on organising data, representing it and on analysıng it in order for them to get over their difficulties and common misconceptions Teacher's knowledge and challenges.

इस इकाई में हम डेटा का प्रतिनिधित्व करने, डेटा का विश्लेषण करने और डेटा की व्याख्या करने के विभिन्न तरीकों पर चर्चा करेंगे। हम संदर्भ और सूचना के आधार पर डेटा प्रतिनिधित्व की पसंद के महत्व पर ध्यान देने की कोशिश करेंगे। आंकड़ों के प्रतिनिधित्व के बाद हम केंद्रीय प्रवृत्ति के विभिन्न उपायों को भी देखंगे। इस चर्चा का फोकस केंद्रीय प्रवृत्ति के विभिन्न उपायों को समझना होगा, न कि उनकी गणना करना। हम अपने दैनिक जीवन की संभावना और कनेक्शन की अवधारणा को भी देखेंगे। डेटा हैंडलिंग और प्रायिकता का इतिहास विभिन्न स्थितियों में डेटा प्रतिनिधित्व और ऑर्गनाइज्डेटा से सार्थक निष्कर्ष निकालने जैसे कुछ प्रमुख शीर्षों की वैचारिक समझ। केंद्रीय प्रवृत्ति (मतलब, मोड

और मंझला), संभावना और मौका के प्रतिनिधि मूल्यों का अर्थ और महत्व। बच्चों की समझ (तर्क पैटर्न और गलतफहमी) एक बेहतर समझ विकसित करने के लिए इन पर आधारित दिलचस्प समस्याओं का समाधान। ये आंकड़ों को समझने और उनका विश्लेषण करने और निष्कर्ष निकालने, समझने और खोजने के आसपास होंगे

संभाव्यता, संभाव्यता और वितरण की स्थितियों का विश्लेषण करना और सरल समस्याओं को हल करना बच्चों के लिए आकर्षक क्लास–रूम, अभ्यास कार्य, समस्याओं, कार्यपत्रकों आदि का निर्माण करना। ये डेटा को व्यवस्थित करने, उनका प्रतिनिधित्व करने और अपनी कठिनाइयों और सामान्य गलत धारणाओं पर काबू पाने के लिए इसे एनालिसिस पर दे सकते हैं। शिक्षक के ज्ञान और चुनौतियों को पढ़ना